DM0 – Terminale spé maths – septembre 2024

Ce devoir vous permettra de retravailler les bases indispensables pour démarrer sereinement en spécialité Mathématiques.Nous vous conseillons de le faire durant les quinze derniers jours des vacances que l'on vous souhaite excellentes. A la rentrée, votre professeur vous fera refaire ce devoir ou une partie de ce devoir sur table. - L'équipe de profs de maths du lycée Max Linder -.

Exercice I :

En raison de la surpêche, un groupement de communes littorales a vu le stock de cabillauds diminuer considérablement aux abords de ses côtes. En 2018, le stock de cabillauds de la région concernée était estimé à 5 000 tonnes. Les autorités locales souhaitent réglementer la pêche de cabillauds pour éviter sa disparition totale des côtes des communes littorales concernées et décident de limiter la pêche pour cette espèce. Elles ont fixé un quota de pêche de 600 tonnes à ne pas dépasser en 2018. Les autorités locales décident également de baisser chaque année le quota de pêche de cabillauds de 5 %.

On note u_n la quantité maximale (ou quota), en tonnes, de cabillauds pouvant être pêchée sur ces côtes l'année 2018+n, avec n entier naturel. On a ainsi $u_0=600$.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner sa raison et son premier terme.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

3. Calculer u_{10} . Interpréter ce résultat dans le contexte étudié.

4. On note $S=u_0+u_1+\ldots+u_{10}=\sum_{k=0}^{k=10} u_k$.

a. Que représente S dans le contexte de l'exercice ?

b. Calculer S .

Exercice II :

Pour chaque fonction, donner une expression de sa fonction dérivée :

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=5x^4+\frac{1}{6}x^3-2x^2+x$
2. g définie pour tout $x\neq 5$ par $g(x)=\frac{9x+3}{2x-10}$
3. h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\frac{3x^2-5}{x^2+1}$
4. k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x)=-\frac{5}{3x^2+6}$

Exercice III :

On considère la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+4}$.

1. Expliquer pourquoi cette fonction est définie sur $\mathbb{R}$.

2. Montrer que $f'(x)=\frac{-2x^2-6x+8}{(x^2+4)^2}$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

3. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f .

Exercice IV :

Une expérience consiste à lancer simultanément une pièce et un dé à 6 faces non truqués.

1. Montrer que la probabilité d'obtenir le couple (pile,6) vaut $\frac{1}{12}$.

Si le résultat est le couple (pile,6), on gagne 150€. Si le numéro 5 est sorti, on gagne 20€ quelque soit la face obtenue lors du lancer de la pièce. Si le numéro 4 est sorti , on gagne 10€ et si le tirage est le couple (face,1), on perd 200€.

Soit X la variable aléatoire correspondant au gain obtenu à ce jeu.

2. Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

k	-200	0	10	20	150
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=k)$					

3. Calculer $\mathrm{E}(X)$. Donner la valeur arrondie à 10^{-2} près et interpréter le résultat.

Exercice V:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :

1. $\mathrm{e}^{3x+2} > \frac{1}{\mathrm{e}}$ 2. $(\mathrm{e}^{2x}+7)(\mathrm{e}^{8x}-1)=0$ 3. $\mathrm{e}^{3x^2} \times \mathrm{e}^{2x+7} > \mathrm{e}^{x+17}$

Exercice VI:

Soit f la fonction définie sur $[-3;1]$ par $f(x)=x^2\mathrm{e}^x$.

1. Montrer que $f'(x)=(x^2+2x)\mathrm{e}^x$.
2. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

Exercice VII:

Dans un repère orthonormé , on donne trois points A(−1; −2), B(7; 2) et C(0;1)

1. Calculer $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ puis en déduire la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{BAC}}$.
2. Déterminer l'équation de la droite (d) passant par C et perpendiculaire à la droite (AB).
3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de C sur (AB).