

Ce devoir vous permettra de retravailler les bases indispensables pour démarrer sereinement en terminale. Nous vous conseillons de le faire durant les quinze derniers jours des vacances, que l'on vous souhaite agréables. À la rentrée, votre professeur vous fera refaire ce devoir, tout ou en partie sur table.

L'équipe des professeurs de mathématiques du lycée Max Linder.

Ex. 1 : Suites /5

On verse tous les mois une somme d'argent sur un compte de la manière suivante : le premier versement est de 50€. Ensuite, on augmente les versements de 2,5€ à chaque fois.

1.1 Calculer le deuxième puis le troisième versement.

1.2 Soit V_n le montant du versement au bout de n mois. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n

1.3 Quelle est la nature de la suite V_n ?

1.4 Exprimer V_n en fonction de n .

1.5 Calculer le montant du versement au bout de 10 mois puis au bout de 10 ans.

Soit S_n la somme totale sur le compte au bout de n mois. On admet que :

$$S_n = (n+1) \times 50 + n(n+1) \times 1,25$$

1.6 Combien y a-t-il sur le compte au bout de 10 ans ?

Ex. 2 : Probabilités /5

La roulette est un jeu de hasard dans lequel le tirage d'un numéro s'effectue à l'aide d'une bille jetée dans un récipient circulaire tournant et muni d'encoches ayant des numéros de différentes couleurs. Elle est faite de 37 cases numérotées de 0 à 36, alternativement rouge et noire sauf le zéro qui est vert. Les trente-sept issues sont équiprobables. Lorsque l'on mise sur « rouge », on double sa mise si le rouge sort, on la perd si le noir sort et elle est divisée par 2 si le 0 sort. Lorsque l'on mise sur un numéro, on multiplie sa mise par 36 si le numéro sort ; on perd sa mise dans le cas contraire.

On note respectivement X et Y les variables aléatoires donnant le gain algébrique du joueur en misant sur le rouge et en misant sur un numéro.

2.1 Pour une mise de 10€, donner les lois de probabilité de X et de Y

2.2 Déterminer laquelle de ces deux façons de jouer est la plus favorable au joueur.

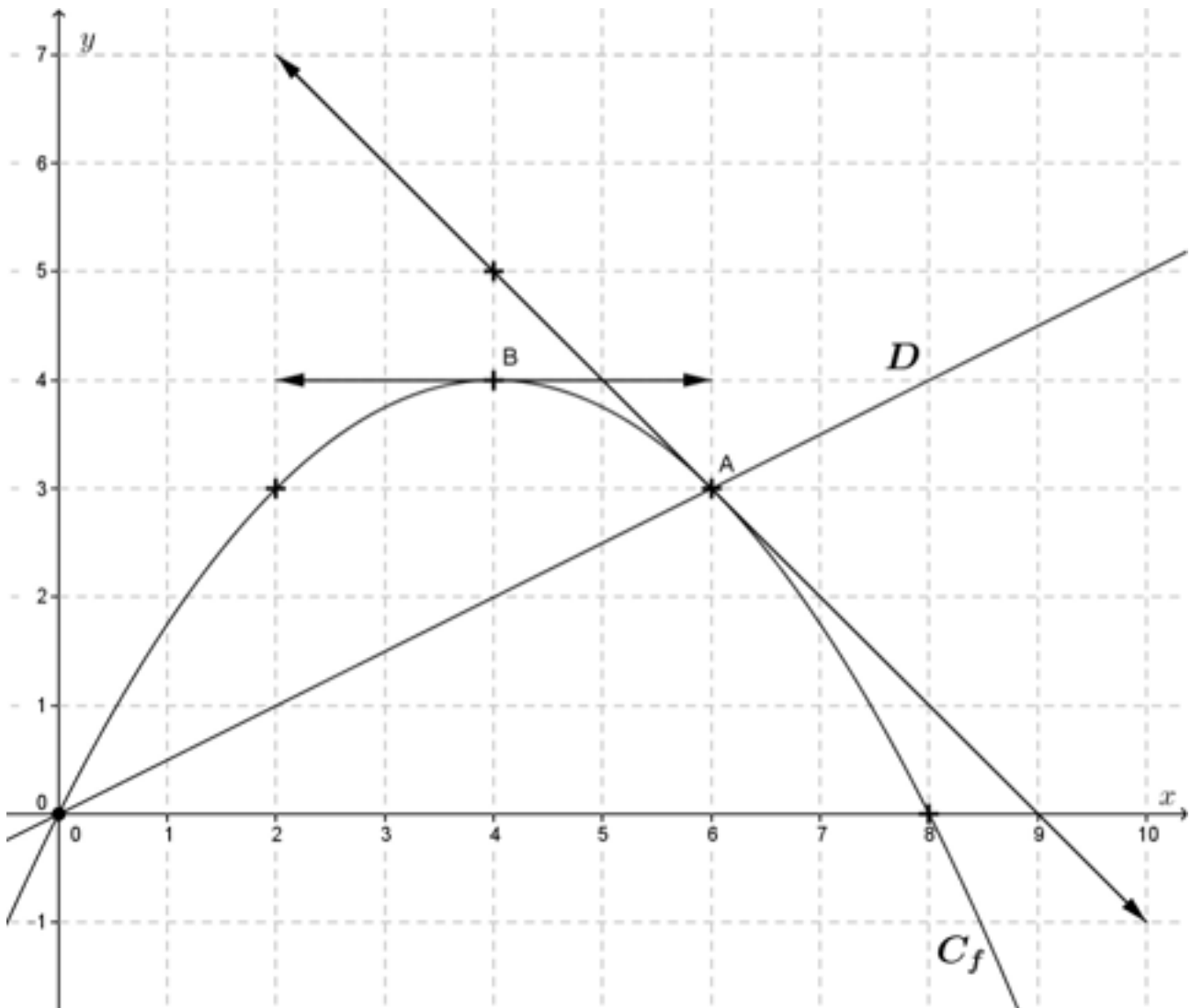
Au casino *Monte-Carlo* à Monaco le 18 août 1913, la couleur noire est sortie 26 fois de suite à la roulette, ce qui a entraîné d'énormes pertes pour les joueurs qui misaient systématiquement sur le rouge en pensant que la probabilité d'une telle série est très faible.

2.3 Calculer la probabilité qu'un tel enchaînement se produise.

(Cette anecdote a été désignée par la suite sous le terme d'erreur du parieur : en effet, la probabilité reste la même à chaque tirage quel que soit le résultat précédent, c'est ce qu'on appelle l'indépendance)

Ex. 3 : Lecture graphique et nombre dérivé /5

Une fonction f définie sur $[0;+\infty[$ est représentée par la courbe C_f ci-dessous. La droite (D) est la droite (OA)



Lectures :

- 3.1 Lire sur ce graphique $f(6)$ et $f'(6)$
- 3.2 En déduire l'équation de la tangente à la courbe C_f en A
- 3.3 Lire $f'(4)$, interpréter graphiquement cette lecture.
- 3.4 Déterminer l'équation de la droite (D)

Vérification à l'aide des calculs : On admet que la fonction f est donnée par :

$$f(x) = -0,25x^2 + 2x$$

- 3.5 Calculer $f(6)$
- 3.6 Calculer les nombres dérivés de f en 6 et en 4
- 3.7 Justifier, par un calcul, que la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 3 est parallèle à la droite (D)

Ex. 4 : Variations d'une fonction /5

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-4x - 4}{x^2 + 2x + 5}$

4.1 Étudier les variations de f sur \mathbb{R}

4.2 Déterminer les coordonnées du point A, intersection entre la courbe représentative de f et l'axe des abscisses.

4.3 Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point A.